

# Termodinámica: Clase 3

## Gases Ideales, Diferenciales Exactas y la Primera Ley

Ley de Boyle!

$$PV=nRT$$



$$dQ = dU + dW$$

Exacto = Total



## Repaso de Gases Ideales (El comportamiento físico)

→ Foco en  $PV=nRT!$

## Preludio Matemático (El lenguaje de las **diferenciales**)

*Caveat: Pequeños cambios, grandes insights.*

## La Primera Ley (Fusión de ambos mundos)

*Caveat:  
Energía = Calor + Trabajo*



# Parte 1: El Comportamiento de los Gases

*Repaso visual de las Ecuaciones de Estado*



Presión



Volumen



Temperatura

$$PV = nRT \text{ y } PV = NkT$$




$n$  = Número de moles |  
 $R$  = Constante universal

$N$  = Número de partículas |  
 $k$  = Constante de Boltzmann

Recordatorio  
clave:

$$k = \frac{R}{N_A}$$

# Leyes Experimentales de los Gases

Ley	Condición Constante	Deducción Analítica	
Boyle-Mariotte	Proceso Isotérmico ( $T_1 = T_2, n$ cte)	$P_1V_1 = P_2V_2$ (Por lo tanto: $V \propto \frac{1}{P}$ )	 $n$ Clave para PV=nRT
Gay-Lussac	Proceso Isocórico ( $V_1 = V_2, n$ cte)	$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$	 $n$
Principio de Avogadro	T y P constantes	$V/n = \text{cte}$	 $P$ $T$ Clave para PV=nRT

¡Recuerda las unidades!



# Parte 2: Preludio Matemático

El lenguaje de las Funciones de Estado y  
y Diferenciales Exactas

# Funciones de Estado



No importa el camino, solo el inicio y el final.

**Ejemplos:**  
Altura de la montaña,  
Energía Interna  
 $U(S,V,N)$ .

# Funciones de Trayectoria



El camino recorrido lo cambia todo.

**Ejemplos:**  
Pasos dados por el montañista,  
Calor ( $Q$ ),  
Trabajo ( $W$ ).

# ¿Qué es una Diferencial Exacta?

Es una herramienta matemática que nos ayuda a **relacionar** funciones de estado.

Podemos tener en termodinámica funciones como la energía interna de la forma  $U(S,V)$ .

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$$

Esta ecuación diferencial es EXACTA si existe una función  $\varphi(x,y)$  que la describa perfectamente.



# El Flujo de Exactitud (Condición de Euler)

## Paso 1

Identifica tus bloques.  
Encuentra quién es M (acompaña a dx)  
y quién es N (acompaña a dy).

## Paso 2

Derivadas Parciales Cruzadas.  
Deriva M respecto a y:  $\frac{\partial M}{\partial y}$ .  
Deriva N respecto a x:  $\frac{\partial N}{\partial x}$ .

## Paso 3

¿Son iguales?

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

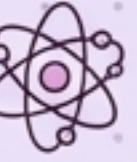
¡SÍ! → Es una  
Diferencial Exacta.

¡NO! → Depende  
de la trayectoria.

Nota mental:  
¡No olvides  
las derivadas!

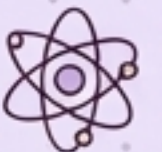
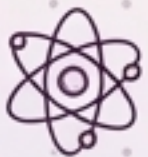
Recordatorio  
C.N. RESUMEN

Recordatorio  
C.N. RESUMEN



# Parte 3: La Primera Ley

*Donde la Física y las Matemáticas se vuelven una sola.*



# First Law of Thermodynamics

Cambio en Energía Interna.  
¡Es una diferencial EXACTA!  
(Depende del estado, recuerda la montaña).

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Calor y Trabajo.  
¡Son diferenciales INEXACTAS!  
(Dependen totalmente de la trayectoria).

Dato curioso y vital: Nota cómo la suma de dos diferenciales inexactas nos da como resultado una exacta.  
¡Magia termodinámica!

Sabemos del calor...

$$\delta Q = TdS$$



Sabemos del trabajo...

$$\delta W = -PdV$$



Sustituyendo en la Primera Ley, obtenemos su forma útil:

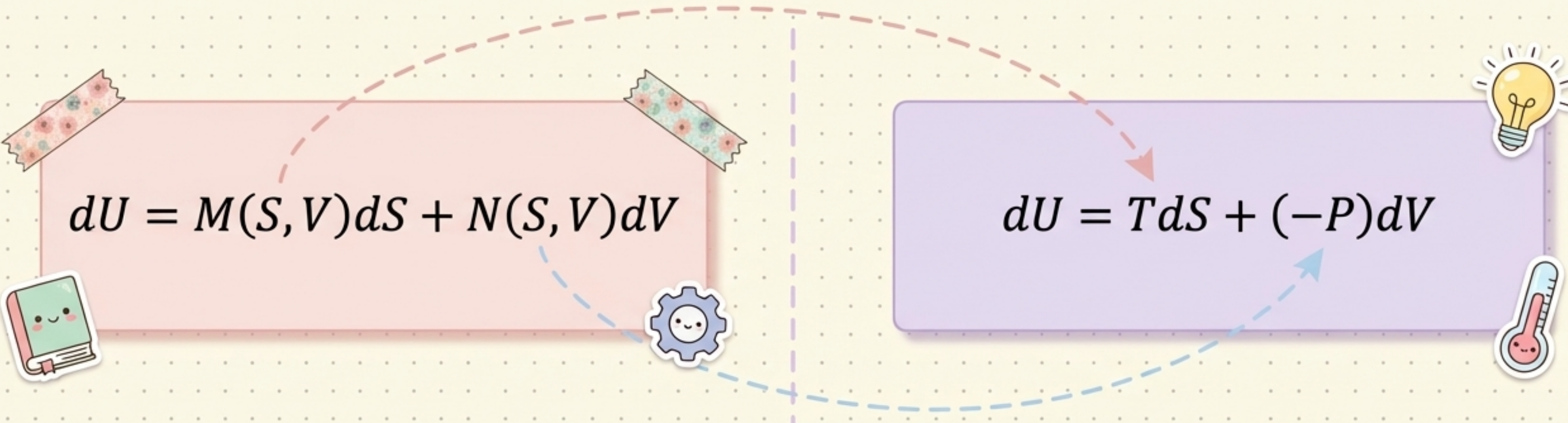
$$dU = TdS - PdV$$

*¡La magia de las diferenciales exactas!*

¡Guarda esta ecuación, es la llave de todo!



# El Momento de Síntesis: Aplicando el Preludio


$$dU = M(S, V)dS + N(S, V)dV$$

$$dU = TdS + (-P)dV$$

Por lo tanto:  $M = T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V$

*Caveat*

Por lo tanto:  $N = -P = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S$

# La Conclusión y las Relaciones de Maxwell

Como  $dU$  es exacta, aplicamos nuestro Test de Exactitud (Condición de Euler):

$$\frac{\partial T}{\partial V} = -\frac{\partial P}{\partial S} \rightarrow \text{(¡Las famosas Relaciones de Maxwell!)} \curvearrowright$$

¿Y qué pasa si aplicamos el test a  $\delta Q = TdS + 0dV$ ?

$$\frac{\partial T}{\partial V} \neq \frac{\partial(0)}{\partial S}$$

**¡Comprobado matemáticamente:  $\delta Q$  NO es exacta!**



¡Fin de la Clase 3! Tu cerebro acaba de fusionar cálculo multivariable con física pura. ¡Excelente trabajo!

